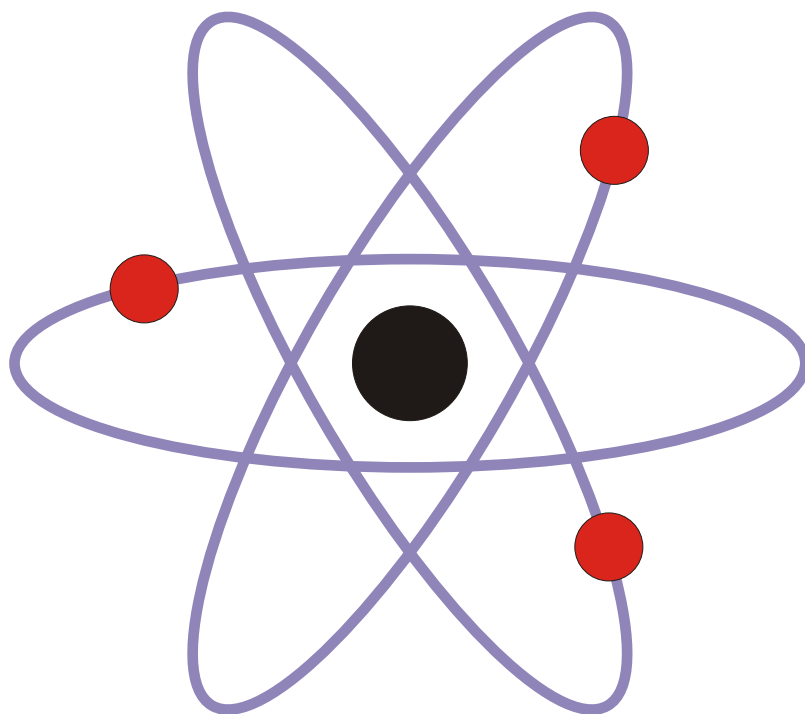


Московский Энергетический Институт

Экзаменационная программа в форме шпаргалок
На третий семестр.

Для ЭЭФ лектор: Ермаков Борис Владимирович



Издатели: Гусева М. А.

Если этот текст можно прочитать, то копия подлинная

Павленко А. М.

1. Корпускулярно-волновой дуализм свойств света.

1. Электромагнитное излучение обладает одновременно корпускулярными и волновыми свойствами.
2. Корпускулярные свойства света обусловлены тем, что масса m , энергия E и импульс P фотона локализованы в малой области.
3. Волновые свойства фотона определяются характером его движения в пространстве.

Это движение описывается уравнением Максвелла: $rot \vec{E} = -\dot{rot \vec{H}}$ или эквивалентным им волновым уравнением $\Delta \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}}$. Решая это уравнение можно найти плотность энергии $\rho = \vec{E} \cdot \vec{H}$. Зная, найдем энергию поля в объеме dV : $dW = \rho dV = \vec{E} \cdot \vec{H} dV$. С другой стороны эта энергия будет равна: $dW = h \nu N_p dP$, где $h \nu$ - энергия фотона, N_p - число фотонов, dP - вероятность попадания фотона в объем dV .

$\rho = \vec{E} \cdot \vec{H} = h \nu N_p dP$, в результате величина $\frac{dP}{dV} \sim E^2$. Плотность вероятности попадания фотона в данную точку пространства пропорциональна квадрату амплитуды электромагнитной волны.

Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества. Гипотеза Де-Бройля.

1. Согласно де-Бройлю, корпускулярно-волновой дуализм присущ материи как таковой.
2. Корпускулярные свойства материи обусловлены тем, что масса, энергия и импульс частиц локализованы в малой области пространства.
3. Волновые свойства частицы определяются характером их движения в пространстве.
4. Для описания этого движения каждой частице ставится в соответствие волновой процесс (волны де-Бройля).

Длина волны де-Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$; $p = m v$ - классический импульс.

Частота волны де-Бройля $\nu = \frac{W}{h}$ - энергия частицы, $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Дж с - постоянная Планка. Волны де-Бройля не являются электромагнитными. Аналогом этой волне в классической физике нет.

4. Плотность вероятности попадания частицы в данную область (точку) пространства пропорциональна квадрату модуля амплитуды волны де-Бройля.

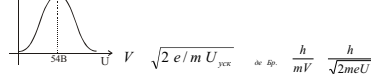
Экспериментальное подтверждение гипотезы де-Бройля: 1) Классический случай: Пусть масса m летит со скоростью v . Длина волны де-Бройля $\lambda = \frac{h}{m v}$. Никакие волновые свойства в этом случае не обнаруживаются.

2) Квантовый случай: Электрон проходит ускоряющую разность потенциалов U . Определим длину волны де-Бройля. $\frac{m v^2}{2} = e U$; $p = m v = \sqrt{2 m e U}$. При $d = 0.1$ нм можно наблюдать дифракцию и волновые свойства наблюдаются будут.

Волновые свойства частиц вещества.

Опыт К. Дэвиссона и Л. Джермера: Поток электронов, проходя ускоряющую разность потенциалов, попадает на кристалл никеля и отражается от него, согласно закону дифракции.

Число отраженных электронов зависит от ускоряющей разности потенциалов.



Аналогичный эксперимент проводится для рентгеновского излучения, где наблюдается отражение рентгеновского луча. Формула Вульфа-Бригга: Из теории дифракции известно, что условия максимума при дифракции на объемные структуры $2 d \sin \alpha = \lambda$. Для кристалла никеля $d = 0.35$ нм, $\alpha = 45^\circ$. Тогда $\lambda = 0.91$ нм. При $U = 165$ В наблюдается максимум.

2. Соотношение неопределенности Гейзенберга.

Согласно Гейзенбергу, для любой частицы нельзя одновременно с произвольной степенью точности определить координату и проекцию импульса на соответствующую ось. Между неопределенностями этих величин должно существовать соотношение

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2}; \Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{2}; \Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{2}$$

x, p_x - неопределенности координаты и импульса. Соотношение Гейзенберга, в частности, определяет степень корректности использования тех или иных понятий классических в квантовой механике. Оно позволяет выяснить, можно ли использовать в данной ситуации законы классической механики или нет. Величины, связанные соотношением Гейзенберга называют **канонически сопряженными**. Для этих величин $A = \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial B}$, где A и B - канонически сопряженные величины. В частности, канонически сопряженным и является энергия и время: $W = \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t}$.

3. Квантово-механическое описание состояния (движения) частицы.

1. Частица обладает одновременно волновыми и корпускулярными свойствами.
2. Корпускулярные свойства обусловлены тем, что масса, энергия и импульс частицы локализованы в малой области пространства.
3. Волновые свойства частицы определяются характером движения частицы в пространстве.

Для описания этого движения каждой частице ставится в соответствие волновой процесс (волны де-Бройля). $\Delta \psi = -\frac{W}{\hbar^2} \psi$ - энергия частицы, $\hbar = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Дж с - постоянная Планка.

Сам волновой процесс характеризуется пси-функцией ψ , которая подчиняется уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

\hbar - постоянная Планка; $i \sqrt{-1}$ - мнимое число; $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия; Δ - оператор Лапласа (в декартовых системах координат $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$); пси-функция.

Т.к. пси-функция - это комплексная функция, то никакого физического смысла она не несет. Физический смысл имеет квадрат ее модуля, который равен плотности вероятности попадания частицы в данную точку пространства. $|\psi|^2 = \rho$ - плотность вероятности попадания частицы в данную точку пространства. Вероятность обнаружения частицы в объеме V : $dP = |\psi|^2 dV$.

1. Не всякое решение уравнения Шредингера может играть роль пси-функции. - функция должна удовлетворять условиям:
 1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.
 2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}; \frac{\partial \psi}{\partial y}; \frac{\partial \psi}{\partial z}; \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывны.
 3. - функция должна быть интегрируема.

При этом должно выполняться условие нормировки: $\int |\psi|^2 dx dy dz = 1$. Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

Пример:

Свободная частица, движущаяся вдоль оси x . Поставим в соответствие частице бегущую волну $\psi = A \cos(kx - \omega t)$.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

$$A \cos(kx - \omega t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

$$A e^{i(kx - \omega t)} = A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)}$$

$$A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)} = A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)}$$

4. Волновая функция, и её статистический смысл.

Волновой процесс характеризуется пси-функцией ψ , которая подчиняется уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

\hbar - постоянная Планка; $i \sqrt{-1}$ - мнимое число; $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия; Δ - оператор Лапласа (в декартовых системах координат $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$); пси-функция. Так как пси-функция - это комплексная функция, то никакого физического смысла она не несет. Физический смысл имеет квадрат ее модуля, который равен плотности вероятности попадания частицы в данную точку пространства.

$|\psi|^2 = \rho$ - плотность вероятности попадания частицы в данную точку пространства. Вероятность обнаружения частицы в объеме V : $dP = |\psi|^2 dV$.

1. Не всякое решение уравнения Шредингера может играть роль пси-функции. - функция должна удовлетворять условиям:
 1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.
 2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}; \frac{\partial \psi}{\partial y}; \frac{\partial \psi}{\partial z}; \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывны.
 3. - функция должна быть интегрируема.

При этом должно выполняться условие нормировки: $\int |\psi|^2 dx dy dz = 1$.

Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

Волновая функция свободно движущейся частицы.

Свободная частица, движущаяся вдоль оси x : Поставим в соответствие частице бегущую волну $\psi = A \cos(kx - \omega t)$.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

$$A \cos(kx - \omega t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

$$A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)} = A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)}$$

$$A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)} = A e^{\frac{i}{\hbar} (p x - W t)}$$

6. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Свободно движущаяся частица.

Состояние называется стационарным, если поле, в котором находится частица не зависит от времени, т.е. потенциальная энергия частицы является функцией только координат: $U = U(x,y,z)$. Представим ψ - функцию как произведение двух функций, одна из которых зависит от координат, другая - от времени.

$$\psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z) e^{-i W t / \hbar}$$

Это значение подставим во временное уравнение Шредингера

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

$$\Delta \psi(x,y,z) + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi(x,y,z) = 0$$

Получим: $\Delta \psi(x,y,z) + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi(x,y,z) = 0$

- пси-функция, зависящая только от координат. Она должна удовлетворять условиям:

1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.
2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}; \frac{\partial \psi}{\partial y}; \frac{\partial \psi}{\partial z}; \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывны.
3. - функция должна быть интегрируема.

При этом должно выполняться условие нормировки: $\int |\psi|^2 dx dy dz = 1$.

Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть = 1.

W - полная энергия $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия - оператор Лапласа

($W=U$) в классической физике равно кинетической энергии. В уравнении Шредингера эту величину нельзя заменить на кинетическую энергию, ибо энергия зависит от координат x, y, z . Так как x, p_x мы не можем одновременно с произвольной точностью судить об обоих видах энергии частицы.

Пример: Свободно движущаяся частица: $W = W_0$ - энергия частицы, $U = 0$ - потенциальная энергия, $U=0$ (т.к. частица свободно движется)

Уравнение Шредингера имеет вид: $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} W_0 \psi = 0$. Решение будем искать в виде: $\psi = A e^{i k x}$. Тогда $\Delta \psi = -k^2 \psi$. Получим:

$$A k^2 e^{i k x} = \frac{2m}{\hbar^2} W_0 A e^{i k x}$$

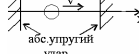
$$A_1 e^{i k x} = A_2 e^{-i k x}$$

$$A_1 e^{i k x} = A_2 e^{-i k x}$$

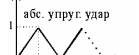
$$R A_1 \cos(kx) = A_2 \cos(kx)$$

7. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме бесконечной глубины. Квантовые энергии.

1. Классический анализ. Шарик движется вдоль оси x .

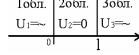


Нахождение шарика в любой точке внутри этого потенциального ящика равновероятно.



Энергия шарика может принимать любые значения. $W = \frac{m v^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

2. Квантовая задача. Микрочастица находится в области пространства, ограниченной непроницаемыми стенками.



$$U_1 = 0; U_2 = 0; U_3 = 0$$

Потенциальная энергия $U_1, U_2, U_3 = 0$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний: $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$.

Так как $U_1 = U_2 = U_3 = 0$, то области 1 и 2 недоступны для микрочастицы. Поэтому пси-функция в этих областях должна быть = 0. $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0$. Запишем уравнение Шредингера для 2 областей: так как задача одномерная, то $\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$, кроме того $U_2 = 0$; $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W - 0) \psi = 0$.

Введем обозначения: $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} W$. Тогда $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0$. Решение

уравнения ищем в виде $e^{i k x}$ или в виде $\psi = A \cos kx + B \sin kx$. Так как $\psi = 0$ - функция должна удовлетворять ряду условий (на нее накладываются ограничения), в частности, она должна быть непрерывна, то получим следуюшую вещь: $\psi(0) = A \cos(0) + B \sin(0) = A = 0$. Тогда ψ имеет вид: $\psi = B \sin kx$.

Условие непрерывности при $x=l$ дает нам соотношение: $\psi(l) = A \cos(kl) + B \sin(kl) = 0$. 1 случай: $B=0$, тогда $\psi=0$, что означает - в яме нет частицы. 2 случай: $B \neq 0$, тогда $\sin kl = 0$, что означает, что $kl = n \pi$, где $n=1, 2, 3, \dots$. В противном случае $\psi=0$ (т.е. яма пуста).

Получим, что $k = \frac{n \pi}{l}$, где $n=1, 2, 3, \dots$

Найдем W из условия нормировки: $\int_0^l |\psi|^2 dx = 1$ - достоверный факт наличия частицы в яме.

$$\int_0^l B^2 \sin^2 \frac{n \pi x}{l} dx = 1$$

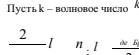
$$B^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n \pi x}{l} dx = \frac{l}{2}$$

Выводы и решения:

1. Вероятность нахождения частицы в разных точках пространства зависит от x . Эта

вероятность dP описывается: $dP = |\psi|^2 dx$, где $|\psi|^2 = \frac{2}{l} \sin^2 \frac{n \pi x}{l}$ - плотность вероятности.

Зависимость $|\psi|^2$ от x :



Пусть k - волновое число $k = \frac{n \pi}{l}$, с другой стороны $kl = n \pi$.

$\frac{2}{l} \int_0^l \sin^2 \frac{n \pi x}{l} dx = 1$, где $n=1, 2, 3, \dots$ - условие существования стоячей волны.

Решение уравнения Шредингера существует, если в ширине ямы укладывается целое число полуовнов де-Бройля.

2. Ст. Энергия микрочастицы. находящейся в потенциальной яме может принимать только дискретный ряд значений, т.е. она **квантована**.

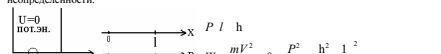
$$W_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 = n^2 \pi^2 \frac{\hbar^2}{2m l^2}$$

Расстояние между уровнями $W_{n+1} - W_n = \frac{\hbar^2}{2m l^2} (n+1)^2 - n^2$.

Числовые оценки: Для электрона $n=10^{13}$ ат, если $l=1$ см, то $W=10^{14}$ эВ. Энергетические уровни расположены очень близко. В этом случае энергия не квантована, т.е. поведение частицы можно описать законами классической физики.

Если же $l=1A=10^{-10}$ м, то $W=68$ эВ. В этом случае энергия микрочастицы квантована. В этом случае поведение частицы описывается только квантовыми законами.

3. Оценка энергии микрочастицы в яме с точки зрения соотношения и неопределенности.



Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

5. Уравнение Шредингера. Пси () - функция.

Волновой процесс характеризуется пси-функцией ψ , которая подчиняется уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

\hbar - постоянная Планка; $i \sqrt{-1}$ - мнимое число; $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия; Δ - оператор Лапласа (в декартовых системах координат $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$); пси-функция. Так как пси-функция - это комплексная функция, то никакого физического смысла она не несет. Физический смысл имеет квадрат ее модуля, который равен плотности вероятности попадания частицы в данную точку пространства.

$|\psi|^2 = \rho$ - плотность вероятности попадания частицы в данную точку пространства. Вероятность обнаружения частицы в объеме V : $dP = |\psi|^2 dV$.

1. Не всякое решение уравнения Шредингера может играть роль пси-функции. - функция должна удовлетворять условиям:
 1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.
 2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}; \frac{\partial \psi}{\partial y}; \frac{\partial \psi}{\partial z}; \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывны.
 3. - функция должна быть интегрируема.

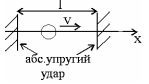
При этом должно выполняться условие нормировки: $\int |\psi|^2 dx dy dz = 1$.

Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

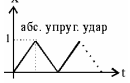
8. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме бесконечной глубины. Волновая функция.

1. Классический анализ.

Шарик движется вдоль оси x.

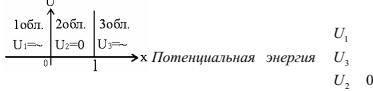


Нахождение шарика в любой точке внутри этого потенциального ящика равновероятно.



Энергия шарика может принимать любые значения. $W = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

2. Квантовая задача. Микрочастица находится в области пространства, ограниченной непроницаемыми стенками.



Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

т.к. $U_1=0$ и $U_2=0$, то области 1 и 2 недостаточны для микро части. Потому пси-фн-ия в этих областях должна быть $\psi = 0$, $\psi = 0$.

Запишем уравнение Шредингера для 2 области: т.к. задача одномерная, то $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0$

кроме того, $U_2=0$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W \psi = 0$.

Введем обозначения: $k^2 = \frac{2mW}{\hbar^2}$. Тогда $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0$. Решение уравнения ищем в виде e^{ikx} или в виде $\psi = A \cos kx + B \sin kx$.

т.к. ψ - функция должна удовлетворять ряду условий (на нее накладываются ограничения), в частности, она должна быть непрерывна, то получим след. вех:

$$\psi(0) = 0 \Rightarrow A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \Rightarrow A = 0$$

Тогда ψ имеет вид: $\psi = B \sin kx$
Условие непрерывности при $x=L$ дает нам соотношение: $\psi(L) = 0 \Rightarrow B \sin kL = 0$
1 случай: $B=0$, тогда $\psi=0$, что означает - в яме нет частицы
2 случай: $B \neq 0$, тогда $\sin kL = 0$, что означает, что $kL = \pi$, где $n=1, 2, \dots, n \in \mathbb{N}$. В противном случае $\psi=0$ (т.е. яма пуста).

Получим, что $k = \frac{n\pi}{L}$, где $n = 1, 2, 3, \dots$

Найдем B из условия нормировки: $\int_0^L |\psi|^2 dx = 1$ - достоверный факт наличия частицы в яме.

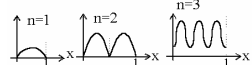
$$\int_0^L B^2 \sin^2 \frac{n\pi}{L} x dx = 1 \Rightarrow B = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

Выводы и решения:

1. Вероятность нахождения частицы в разных точках пространства зависит от x. Эта

вероятность $dP \propto |\psi|^2 dx$, где $|\psi|^2 = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{n\pi}{L} x$ - плотность вероятности и.

Зависимость $|\psi|^2$ от x:



Пусть k - волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \text{ с другой стороны } kL = n\pi$$

$\frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$; $L = \frac{n\lambda}{2}$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ - условие существования стоячей волны

Решение уравнения Шредингера существует, если в ширине ямы укладывается целое число полуволн - Бройля.

2. Сп. Энергия микрочастицы, находящейся в потенциальной яме может принимать только дискретный ряд значений, т.е. она **квантована**.

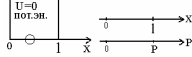
$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}$$



Расстояние между уровнями $W_{n+1} - W_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n+1)^2 - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2} n$

Числовые оценки: Для электрона $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг; если $L = 1$ см, то $W_{10^{10}} = 10^{10}$ эВ. Энергетические уровни расположены очень близко. В этом случае энергия не квантована, т.е. поведение частицы можно описать законами классической физики. Если же $L = 10^{-10}$ м, то $W_{68} = 68$ эВ. В этом случае энергия микрочастицы квантована. В этом случае поведение частицы описывается только квантовой механикой.

3. Оценка энергии микрочастицы в яме с точки зрения соотношения в неопределенности.



21. Функция распределения. Статистика Бозе-Эйнштейна.

Функция распределения f.
Функция распределения пропорциональна средней заполняемости фазовых ячеек в малой области фазового пространства, которая соответствует энергия частиц = (E) - это среднее число изобразительных точек, которым соответствует некоторая энергия. Например: $f(2 \cdot 10^{20} \text{ Дж}) = 0.01$; энергия частиц $= 2 \cdot 10^{20}$ Дж; на одну частицу 100 ячеек; $f(2 \cdot 10^{20} \text{ Дж}) = 30 : 1 = 2 \cdot 10^{20} : 2$ в одной ячейке 30 изобразительных точек.

Замечание 1: в выражении f) энергия частицы лежит в интервале от μ до $\mu + \Delta \epsilon$.

Замечание 2: в классической физике под функцией распределения понимают наименьшую плотность вероятности того, что энергия частицы равна μ .

$$f_{\text{классик}} = \frac{1}{h^3 N} \int e^{-\frac{\epsilon}{kT}} d^3p d^3r$$

Статистика Бозе-Эйнштейна:

$$f_{\text{БЭ}} = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{kT}} - 1} > 0. \text{ Для фотонного газа}$$



Для вырожденного газа и частиц с целым спином. Эти частицы подчиняются принципу Паули. В одной ячейке может находиться произвольное число частиц.

Квантово - механическая модель атома водорода. Квантование энергии. Спектры излучения атома водорода. Основное состояние атома водорода.

Квантово - механическая модель атома водорода.



Ядро создает вокруг себя электрическое поле, потенциал котор ого равен $\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$. Тогда потенциальная энергия электрона $U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

$$\text{Запишем уравнение Шредингера: } \Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

Так как задача сферически симметрична, то перейдем уравнение Шредингера для стационарного сост овия сферических координатах:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin^2 \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) R \Theta \Phi = 0$$

Основное состояние атома водорода.

Рассмотрим состояние атома водорода, в котором пси - функция не зависит от θ и ϕ :

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) R = 0$$

Ищем решение в виде: $R = e^{-\frac{r}{r_0}}$

$$\frac{A}{r_0^2} e^{-\frac{r}{r_0}} = \frac{2A}{r_0^2} e^{-\frac{r}{r_0}} - \frac{2m}{\hbar^2} W A e^{-\frac{r}{r_0}} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} A e^{-\frac{r}{r_0}}$$

Так как левая часть не зависит от r, а правая часть является функцией от r, то обе они должны быть равны одной и той же const. Так как при r $\rightarrow \infty$ правая часть обращается в ноль, то эта const должна быть = 0.

$$\frac{1}{r_0^2} = \frac{2mW}{\hbar^2} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \Rightarrow r_0 = \frac{\hbar^2}{m} \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2}$$

r_0 - радиус первой Борховорой орбиты. Для атома водорода $r_0 = 0.5 \text{ \AA}$.

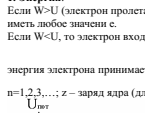
Энергия в основном состоянии: $W_{100} = \frac{2m e^4}{\hbar^2} \frac{1}{4} = -13.6$ эВ. 13.6 эВ - потенциал ионизации атома водорода.

Общий случай.

Если $W < U$ (электрон пролетает мимо ядра и не захватывается им), то энергия W может иметь любое значение ϵ .

Если $W > U$, то электрон входит в состав атома и его энергия W - квантовая. При этом энергия электрона принимает след. ряд значений: $W_n = \frac{m e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2}$ эВ.

$n = 1, 2, 3, \dots$; z - заряд ядра (для водорода z=1)



Электрон находится в глубине бесконечно глубокой пот енциальной ямы. С классической точки зрения электрон должен улететь на дно ямы. С квантовой точки зрения существует стационарное состояние ние, находясь в кот ором электрон не излучает энергию.

При переходе из одного состояния в другое электрон будет излучать энергию. Согласно закону сохранения энергии, будет выполняться соотношение:

$$h \nu = W_{n_2} - W_{n_1}; \quad h \nu = h \frac{m e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

обозначения: $R = \frac{m e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{4}$ - постоянная Рунберга, тогда

$$R z^2 \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \nu$$

Серия Лаймана - переход с выше лежащих уровней в основное состояние.

Линия $R \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}$, $n_2 = 2, 3, 4, 5$ ультрафиолет

Серия Бальмера - переход на уровни (n=2).

Линия $R \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$, $n_2 = 3, 4, 5, \dots$

Серия Пашена - переход на уровни (n=3).

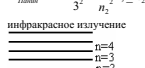
Линия $R \frac{1}{3^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$, $n_2 = 4, 5, 6, \dots$

инфракрасное излучение

$n=4$
 $n=3$
 $n=2$
 $n=1$

2. Отречения, накладываемые на возможные значения момента импульса электрона.

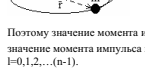
В классической физике $L = [\vec{r}, \vec{m}, \vec{v}]$ или $L = J \vec{\omega}$, J - момент инерции.



Поэтому значение момента импульса определяется по формуле $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ - значение момента импульса квантуется. l - орбитальное квантовое число (циркулярное), $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

При переходе электрона из одного состояния в другое должен выполняться закон сохранения момента импульса. Если при переходе илучается фотон, то он носит тот же ент импульса = l. отсюда - правило отбора, соглас но которому возможны только такие переходы, при кот орых $\Delta l = 1$ (из закона сохранения момента импульса).

3. Если в пространстве есть физически выделенное направление, то ограничения накладываються на проекцию момента импульса на это направление. Эта проекция может принимать значения: $L_z = \hbar m_l$, $m_l = -l, -(l-1), \dots, 0, \dots, (l-1), l$ N - магнитное поле.



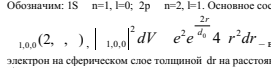
Вывод: при решении ур-я Шредингера накладываются ограничения на значение энергии W_n , момента импульса L и проекции момента импульса L_z .

пси-функция зависит от трех квантовых чисел n, l, m, т.е. $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)$. В квантовой физике состояние электрона принято принимать следующим образом: энергия электрона определяется числом n, т.е. 1, 2 или 3; момент импульса определяется буквами.

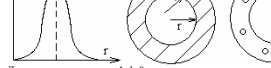
$l=0$ s - состояние
 $l=1$ p - состояние
 $l=2$ d - состояние
 $l=3$ f - состояние

Обозначим: IS $n=1, l=0$; 2p $n=2, l=1$. Основное состояние - 1s.

$\int_{1,0,0}^{2,0,0} |\psi|^2 dV = \int_{1,0,0}^{2,0,0} e^{-\frac{2r}{a_0}} e^{-\frac{2r}{a_0}} 4\pi r^2 dr$ - вероятность найти электрон на сферическом слое толщиной dr на расстоянии r от ядра.



Для основного сост. $n=1, l=0$. Момент импульса электрона $L=0$. Электрон не вращается по орбите, он как бы размазан по сферическому слою радиусом a_0 . Состояние 2s $n=2, l=0$. Снова нет вращения электрона по орбите.



Если $l=1$ $|\psi|^2$ Вероятность нахождения электрона в той или иной области пространства.



Схема энергетических уровней атома водорода.



Серия Лаймана: 3p 1s, 4p 1s

Серия Бальмера: 4p 2s, 4s 2p, 4d 2p, 5s 2s, 5d 2d

Состояние 2s - метастабильное состояние, электрон не может перейти в 1s, т.к. мешает правило отбора.

Принцип Паули.

Большинство спектральных линий основной серий сращены. Для того чтобы это объяснить, в 1925 г. Вальдвину гиттелзу о смысле электрона. Согласно этому гипотезе, электрон обладает собственным моментом импульса - $L_s = \hbar \sqrt{S(S+1)}$, где S - для электрона может принимать значение

$$S = 1/2 \text{ (для фотона } S=1). \text{ Тогда } L_s = \hbar \frac{\sqrt{3}}{2}$$

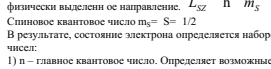
Квантованной оказывается проекция собственного момента импульса на физически выделенное направление. $L_{sz} = \hbar m_s$

Спиновое квантовое число $m_s = S = 1/2$. В результате, состояние электрона определяется набором четырех квантовых чисел: n - главное квантовое число. Определяет возможные значения энергии. 1) - орбитальное квантовое число. Определяет возможные значения момента импульса электрона, а так же форму вероятного облака (l=0,1,2,...,n-1)

3) m - магнитное квантовое число. Определяет возможные значения проекции момента импульса на физически выделенное направление, а так же ориентацию вероятного облака в пространстве.

4) m_s - квантовое спиновое число. Определяет проекцию собственного момента импульса на физически выделенное направление, т.е. $m_s = 1/2$. Отсюда состояние электрона с энергией определяется квантовым числом n соотв. $2n^2$ состояние

$n=1$ 2, $n=2$ 2*2^2 = 8 сотв. и т.д. Принцип Паули: в одной квантовой механической системе не могут находиться 2 электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m, m_s .



20. Функция распределения изобразительных точек по фазовым ячейкам. Статистика Максвелла-Больцмана.

Для описания состояния системы частиц вводится пространство шести измерений: «Фазовое пространство», оно называется так же μ - пространством: x, y, z, P_x, P_y, P_z .

Основываясь на соотношениях Гейзенберга в форме: $x P_x = \frac{\hbar}{2}$ естественно считать, что данному состоянию частицы в μ - пространстве соответствует не точка, а ячейка фазового объема, размером: $x \times y \times z \times P_x \times P_y \times P_z = \hbar^3$. Элементарный объем $\Delta \Gamma$ не может превосходить \hbar^3 . При размещении частиц (точнее их изобразительных точек) по ячейкам с объемом \hbar^3 каждая в соответствии с принципом неразличимости тождественных частиц ставится вопрос о наиболее вероятном распределении частиц системы по ячейкам.

Функция распределения f (E). Функция распределения пропорциональна средней заполняемости фазовых ячеек в малой области фазового пространства, которая соответствует энергиям частиц = (E) - это среднее число изобразительных точек, которым соответствует некоторая энергия. Например: $f(2 \cdot 10^{20} \text{ Дж}) = 0.01$; энергия частиц $= 2 \cdot 10^{20}$ Дж; на одну ячейку 100 ячеек; $f(2 \cdot 10^{20} \text{ Дж}) = 30 : 1 = 2 \cdot 10^{20} : 2$ в одной ячейке 30 изобразительных точек.

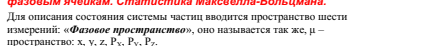
Замечание 1: в выражении f) энергия частицы лежит в интервале от μ до $\mu + \Delta \epsilon$.

Замечание 2: в классической физике под функцией распределения понимают наименьшую плотность вероятности того, что энергия частицы равна μ .

$$f_{\text{классик}} = \frac{1}{h^3 N} \int e^{-\frac{\epsilon}{kT}} d^3p d^3r$$

Статистика Максвелла-Больцмана. Эта статистика применяется для частиц, удовлетворяющих условию $N/g \ll 1$ или $T \gg T_{\text{кв}}$, т.е. для невырожденного газа, в частности, для идеального газа.

$$f_{\text{Максвелл-Больцман}} = e^{-\frac{\epsilon - \mu}{kT}}$$



23. Невырожденный газ. Статистика Максвелла-Больцмана. Подсчёт числа частиц с энергией от до +d.
Невырожденный газ.

Газ называется вырожденным, если его свойства отличаются от свойств классического идеального газа. Индивидуальные свойства частиц проявляются только при плотном заполнении фазовых ячеек. Пусть N - число частиц, g - число ячеек. Рассмотрим N/g < 1 - редкое заполнение фазовых ячеек. Индивидуальные свойства частиц не важны. Система не вырождена. Существует критическая температура $T_{sp} = \frac{N^{1/3} h^3}{2m_0 k}$

где n - концентрация частиц, k - постоянная Больцмана. Если T > T_{sp} - газ не вырожден, если T < T_{sp} - газ вырожден. Для идеального газа T_{sp} 5K (почти всегда газ не вырожден), для электронного газа T_{sp} 50000K (всегда вырожден). Для невырожденного газа применяется статистика Максвелла-Больцмана. Статистика Максвелла-Больцмана. Эта статистика применяется для частиц, удовлетворяющих условию N/g < 1 или T > T_{sp}, т. е. для невырожденного газа, в частности, для идеального газа.

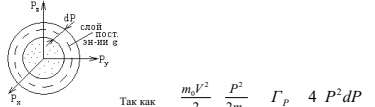
$$f_{M-B}(\epsilon) = e^{-\frac{\epsilon}{kT}}$$



Подсчёт числа частиц dN, энергия которых лежит в интервале от до +d.

Имеем газ в объеме V, N - полное число молекул, T - температура газа. Определим число молекул dN, энергия кот. = +d. Функция распределения f = dN/g, g - число точек в одной ячейке, g - число ячеек. Отсюда dN = f g. Число ячеек g = \Gamma / (h^3/2), \Gamma - объём фазового пространства, соответствует энергии. (h^3/2) - объём кванты (ячейка)

$\int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int dx dy dz d p_x d p_y d p_z V \Gamma_p$, где V - объём сосуда, \Gamma_p - объём области в фазовом пространстве импульсов. (т.к. энергия не зависит от координат x,y,z, нет потенциального поля; интеграл можно представить как произведение двух инт. интегралов) В фазовом пространстве импульсов область, которой соответствует определённые значения энергии будет представлять шаровой слой радиуса и толщиной d.



Так как $\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{p^2}{2m_0}$ $\Gamma_p = 4 \pi P^2 dP$

$$dN = \frac{V \Gamma_p f}{\frac{1}{2} h^3} = \frac{p^2}{2m} P^2 2m_0 (производенный), 2P dP = 2m_0 d (на P),$$

$$P^2 dP = P m_0 d, P^2 dP \sqrt{2m_0} m_0 d$$

$$\Gamma_p = 4 \sqrt{2m_0} m_0 d$$

$$dN = g f \frac{2 V 2m_0^{3/2} \sqrt{e^{-\epsilon/kT}}}{\frac{1}{2} h^3} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

Значение хим. потенциала найдем из условия нормировки: $\int dN = N$

$$N = \frac{2 V 2m_0^{3/2}}{1/2 h^3} \int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} \frac{\sqrt{e^{-\epsilon/kT}}}{2} kT^2 \frac{V 2 m_0 k T^2}{1/2 h^3} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

$$\int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} d\epsilon = \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}, kT \ln \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}$$

$$dN = \frac{2 N}{\sqrt{kt}} \sqrt{e^{-\epsilon/kT}} d\epsilon$$

число частиц, энергия которых лежит в пределах от до d (это распределение по эн. шарам, а не по энерг. степеням ячеек!)

26. Формула Планка. Законы теплового излучения. Оптическая пирометрия.

Формула планка. Планку первому удалось найти выражение функции Кирхгофа (зависимость r^0, T). Планк просто подобрал функцию, которая хорошо согласовывалась с опытами: $r^0 = \frac{a_2 \epsilon^3}{e^{a_1/\epsilon} - 1}$, где a₁ и a₂ постоянные коэффициенты. Для теоретического обоснования Планк ввел квантовую гипотезу, согласно которой: *энергия атомов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции - кванту энергии которого равен h*. Тогда Планк окончательно установил: $r^0 = \frac{2}{c^2} \frac{h^3}{e^{h/kT} - 1}$. Так же легко доказывается что в области низких частот эта формула совпадает с формулой Рэлея-Джинса: $r^0 = \frac{2}{c^2} kT$, а при высоких частотах с выражением Вина.

Закон смещения Вина. Вина экспериментально установил следующую зависимость: $r^0 = \frac{C}{T^5} f(\frac{r T}{T^5})$. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот. Так как $\frac{C}{T^5}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r T}{T^5} = 0$ и отсюда получаем: $r T^5 = b, где b = 2.9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}^5$.

Ультрафиолетовая катастрофа. Если посчитать полную мощность излучения по формуле Рэлея-Джинса, то $R^0 = \frac{2}{c^2} kT d$. Отсюда получалось что черное тело излучает бесконечное количество энергии, что противоречит физическому смыслу.

Оптическая пирометрия. Оптической пирометрией называется совокупность оптических методов измерения высокой температуры, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого называются «Пирометрами». В радиационных пирометрах регистрируется интегральное (полное) излучение: $R_p = r d$. А в оптических пирометрах - излучение тела в каком то одном участке спектра.

24. Равновесное тепловое излучение. Испускательная и поглощательная способности тела. Абсолютно чёрное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана и закон смещения Вина.

Равновесное тепловое излучение. Тепловое излучение - самостоятельное ил. сие, способное на одит в термодинамическом равновесии с веществом. Такое излучение называется равновесным, устанавливается в адиабатно замкнутой (теплоизолированной) системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре. При динамическом равновесии энергии, расходуемая каждым телом из системы тел на тепловое излучение, компенсируется вследствие поглощения этим телом такого же количества энергии падающего на него излучения.

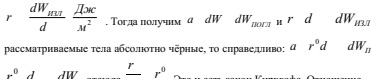
Испускательная и поглощательная способности тела. Спектральной характеристикой теплового излучения тела служит спектральная плотность энергетической светимости: $r = \frac{dW_{изл}}{dW} \frac{d\omega}{4\pi}$, где W_{изл} - энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от единичной ширины. Спектральной характеристикой поглощения электромагнитных волн телом служит коэффициент поглощения: $a = \frac{dW_{погл}}{dW}$ безразмерная. Он показывает, какая доля энергии dW падающей в единицу времени на единицу площади поверхности с частотами от до +d поглощается телом.

Абсолютно чёрное тело. Тело называется абсолютно чёрным, если оно при любой температуре полностью поглощает всю энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления распространения. Следовательно, коэффициент поглощения чёрного тела равен единице. Спектральная плотность энергетической светимости чёрного тела r⁰ зависит только от частоты излучения и термодинамической температуры T тела.

Закон Кирхгофа. Рассмотрим два тела, которые совершают теплообмен только между собой. Тогда для любого из них в 3 условия термодинамического равновесия $dW_{изл} = dW_{погл}$. У этого тела коэффициент поглощения равен $a = \frac{dW_{погл}}{dW}$ безразмерная и плотность энергетической светимости равна $r = \frac{dW_{изл}}{d} \frac{d\omega}{4\pi}$. Тогда получим $a dW = dW_{погл} = r d dW_{изл}$. Если рассматриваемые тела абсолютно чёрные, то справедливо: $a = r^0$ и $dW_{погл} = r^0 d dW$, отсюда $\frac{r}{a} = r^0$. Это и есть закон Кирхгофа. Отношение энергетической светимости тела к его коэффициенту поглощения не зависит от материала тела и равно энергетической светимости чёрного тела, являющейся функцией только температуры и частоты. Из этого закона следует, что если тело о не поглощает излучение в каком то интервале частот, то оно не может излучать в этом интервале частот.

Закон Стефана-Больцмана. Энергетическая св. етимость - это полная мощность излучения во всём интервале частот: $R_0 = \int_0^\infty r^0 d\omega$. Больцман теоретически показал, что энергетическая светимость R_0 тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуры: $R_0 = T^4$, где $\sigma = \frac{R_0}{T^4}$ - постоянная Стефана-Больцмана.

Закон смещения Вина. Вина экспериментально установил следующую зависимость: $r^0 = \frac{C}{T^5} f(\frac{r T}{T^5})$. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот. Так как $\frac{C}{T^5}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r T}{T^5} = 0$ и отсюда получаем: $r T^5 = b, где b = 2.9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}^5$.



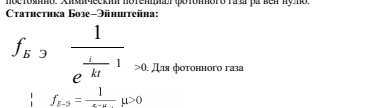
Зависимость энергетической светимости чёрного тела от частоты. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот. Так как $\frac{C}{T^5}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r T}{T^5} = 0$ и отсюда получаем: $r T^5 = b, где b = 2.9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}^5$.

25. Тепловое излучение. Фотонный газ. Распределение Бозе-Эйнштейна. Подсчёт числа фотонов с частотой от до +d. Формула Планка.

Тепловое излучение. Тепловое излучение - это электромагнитные волны, излучаемые нагретыми телами. Тепловое излучение - единственное излучение, способное находится в термодинамическом равновесии с веществом. Такое излучение называется равновесным, устанавливается в адиабатно замкнутой (теплоизолированной) системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре. При динамическом равновесии энергии, расходуемая каждым телом из системы тел на тепловое излучение, компенсируется вследствие поглощения этим телом такого же количества энергии падающего на него излучения. Фотонный газ.

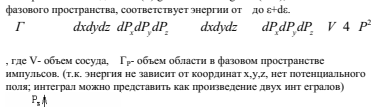
Моделью фотонного газа является плоскость, при температуре T. Фотонный газ находится в термодинамическом равновесии со стенками полости. Масса покоя равна нулю. Все ф. фотоны имеют одинаковую скорость, равную скорости света, но разные энергии и соответственно импульсы: $p = \frac{h}{c}$. Фотоны не сталкиваются между собой, поэтому равновесное состояние фотонного газа может наступить только при наличии поглощающего тела, посредством которого о ни взаимодействуют м.е.д. собой. Фотоны могут поглощаться и испускаться, поэтому их количество не постоянно. Химический потенциал фотонного газа равен нулю.

Статистика Бозе-Эйнштейна: $f_{B-E} = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1} > 0$. Для фотонного газа $f_{B-E} = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1} > 0$. Д.я. выр.е.н.о.г.а. и частиц с целым спином. Эти частицы подчиняются принципу Паули. В од.ой ячейке может находиться произвольное число частиц.



Подсчёт числа частиц с частотой от \nu до \nu+d. Имеем плоскость, температура стенок T. Так как фотонный газ находится в термодинамическом равновесии со стенками и в плоскости, то его температура тоже равна T. Отсюда dN = f(\epsilon) g. Число ячеек g = \Gamma / (h^3/2), \Gamma - объём фазового пространства, соответствует энергии от до +d.

$\int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int dx dy dz d p_x d p_y d p_z V 4 \pi P^2 dP$, где V - объём сосуда, \Gamma_p - объём области в фазовом пространстве импульсов. (т.к. энергия не зависит от координат x,y,z, нет потенциального поля; интеграл можно представить как произведение двух инт. интегралов)



Так как $\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{p^2}{2m_0}$ $\Gamma_p = 4 \pi P^2 dP$

$$dN = \frac{V \Gamma_p f}{\frac{1}{2} h^3} = \frac{p^2}{2m} P^2 2m_0 (производенный), 2P dP = 2m_0 d (на P),$$

$$P^2 dP = P m_0 d, P^2 dP \sqrt{2m_0} m_0 d$$

$$\Gamma_p = 4 \sqrt{2m_0} m_0 d$$

$$dN = g f \frac{2 V 2m_0^{3/2} \sqrt{e^{-\epsilon/kT}}}{\frac{1}{2} h^3} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

Значение хим. потенциала найдем из условия нормировки: $\int dN = N$

$$N = \frac{2 V 2m_0^{3/2}}{1/2 h^3} \int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} \frac{\sqrt{e^{-\epsilon/kT}}}{2} kT^2 \frac{V 2 m_0 k T^2}{1/2 h^3} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

$$\int_0^\infty e^{-\epsilon/kT} d\epsilon = \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}, kT \ln \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}$$

$$dN = \frac{2 N}{\sqrt{kt}} \sqrt{e^{-\epsilon/kT}} d\epsilon$$

число частиц, энергия которых лежит в пределах от до d (это распределение по эн. шарам, а не по энерг. степеням ячеек!)

Формула планка.

Планку первому удалось найти выражение функции Кирхгофа (зависимость r^0, T). Планк просто подобрал функцию, которая хорошо согласовывалась с опытами: $r^0 = \frac{a_2 \epsilon^3}{e^{a_1/\epsilon} - 1}$, где a₁ и a₂ постоянные коэффициенты. Для теоретического обоснования Планк ввел квантовую гипотезу, согласно которой: *энергия атомов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции - кванту энергии которого равен h*. Тогда Планк окончательно установил: $r^0 = \frac{2}{c^2} \frac{h^3}{e^{h/kT} - 1}$. Так же легко доказывается что в области низких частот эта формула совпадает с формулой Рэлея-Джинса: $r^0 = \frac{2}{c^2} kT$, а при высоких частотах с выражением Вина.

Закон смещения Вина. Вина экспериментально установил следующую зависимость: $r^0 = \frac{C}{T^5} f(\frac{r T}{T^5})$. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот. Так как $\frac{C}{T^5}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r T}{T^5} = 0$ и отсюда получаем: $r T^5 = b, где b = 2.9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}^5$.

Ультрафиолетовая катастрофа. Если посчитать полную мощность излучения по формуле Рэлея-Джинса, то $R^0 = \frac{2}{c^2} kT d$. Отсюда получалось что черное тело излучает бесконечное количество энергии, что противоречит физическому смыслу.

Оптическая пирометрия. Оптической пирометрией называется совокупность оптических методов измерения высокой температуры, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого называются «Пирометрами». В радиационных пирометрах регистрируется интегральное (полное) излучение: $R_p = r d$. А в оптических пирометрах - излучение тела в каком то одном участке спектра.

27. Квантовая теория свободных электронов металлах. Распределение Ферми-Дирака. Подсчёт числа электронов с энергией от до +d .

Квантовая теория свободных электронов.

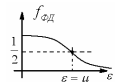
1. При формировании кристаллической решётки, атомы сблизаются так близко, что начинают перекрываться их электронные оболочки. (Физический размер атома ~ 0.1 нм, в результате валентные электроны обобществляются и становятся свободными, т. е. не принадлежат конкретному ядру.
2. Средняя сила, действующая на электроны со стороны узла кристаллической решётки и со стороны других электронов равна нулю. $F_{действ\ электр\ реш\ 0}$ (в среднем). Это значит, что мы можем представить себе электронный газ с массой, равной массе электрона и зарядом равным нулю. Эти частицы свободно движутся и образуют образцы (в куске металла, как газ в пустом сосуде).
3. Так как $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, а концентрация электронов $n = 10^{28} / \text{м}^3$, то температура вырождения $T_{вырождения} = 50000$ К. Отсюда следует, что $T_{реальная} \ll T_{вырождения}$, следовательно электронный газ – вырожденный газ, т. е. спин электрона $s = \frac{1}{2}$, то электронный газ должен подчиняться статистике Ферми-Дирака.

Распределение Ферми-Дирака.

Распределение изображаемых точек по ячейкам для электронного газа.

$$f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Химический потенциал $\mu > 0$. Если $f = \frac{1}{2}$.



Для электронного газа химический потенциал численно равен энергии тех фазовых ячеек, вероятность заполнения которых равна 0.5.



Подсчёт числа электронов с энергией от до +d .

$$f = \frac{dN}{g} = \frac{dN}{g} f_{ФД}(\epsilon)$$

где dN – число электронов с энергией от до +d, g – плотность заполнения ячеек, g – количество ячеек с энергией ϵ до $\epsilon + d\epsilon$.

плотность заполнения ячеек. g – количество ячеек с энергией ϵ до $\epsilon + d\epsilon$.

$\Gamma = \int dx dy dz dP_x dP_y dP_z$ энергия электрона не зависит от его координат, поэтому $\Gamma = \int dx dy dz dP_x dP_y dP_z V \Gamma_p$, где V – объём образца, Γ_p – объёмная постоянная энергии в фазовом пространстве.



В фазовом пространстве импульсов области с постоянной энергией соответствует сферический слой радиуса R и толщиной dR . $\Gamma_p = 4\pi R^2 dR$ $g = \frac{4\pi R^2 dR V}{0.5h^3}$.

Так как $\frac{p^2}{2m} = \epsilon$, то $2p dp = 2m d\epsilon$ $R dp = m d\epsilon$ и $g = \frac{8\pi V}{h^3} p^2 dp = \frac{8\pi V}{h^3} \sqrt{2m} m d\epsilon = \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon$.

Окончательно получим:

$$dN = g f = \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Найдём функцию распределения по энергиям.

$$F = \frac{dN}{d\epsilon} = F_0 \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

F_0 – распределение по ячейкам (квадратам), F – распределение по энергии (отрезкам).

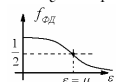
28. Распределение Ферми-Дирака. Распределение электронов по состоянию при T=0K. Энергия Ферми. Влияние температуры на распределение электронов по состояниям.

Распределение Ферми-Дирака.

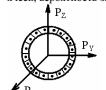
Распределение изображаемых точек по ячейкам для электронного газа.

$$f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Химический потенциал $\mu > 0$. Если $f = \frac{1}{2}$.

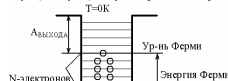


Для электронного газа химический потенциал численно равен энергии тех фазовых ячеек, вероятность заполнения которых равна 0.5.

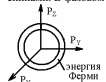


Уровень и энергия Ферми.

Последний энергетический уровень, который заполняется при T=0K называется уровнем Ферми, а энергия, которая ему соответствует называется энергией Ферми.

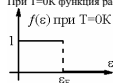


На каждом энергетическом уровне находится по 2-а электрона с противоположными спинами. В фазовом пространстве:



Распределение электронов по состоянию при T=0K.

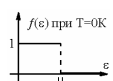
Найдём зависимость $f(\epsilon)$ при T=0K. Так как электронный газ в образце находится внутри потенциальной ямы, его энергия квантуется. С точки зрения классической физики, все электроны должны оказаться на самом нижнем энергетическом уровне. Так как работает принцип Паули, то на каждом энергетическом уровне может находиться 1-2 электрона. Следовательно уровни будут заполняться «снизу вверх». В каждой ячейке одна частица. При T=0K функция распределения:



Рассмотрим конкретную функцию Ферми-Дирака.

$$f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Т $T = 0K$, $f = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$
 Т $T = 0K$, $f = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} = 0$



Отметим что при T=0K, химический потенциал совпадает с энергией Ферми.

Влияние температуры на распределение электронов по состояниям.

При увеличении температуры, химический потенциал уменьшается < .

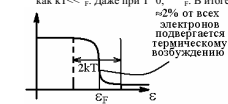
1. Теплоёмкость электронного газа (C_v) из классической теории $C_v = \frac{3}{2} R$, где i – число степеней свободы. Теоретически для твёрдого тела $C_v = \frac{6}{2} R = 3R$. Из опытов было

получено, что $C_v \approx \frac{3}{2} R$. Сравнивая эти формулы можно сделать вывод, что электронный газ не подвержен термическому возбуждению. Из этого можно сделать вывод, что температура и возбуждение не может переместить электроны с глубоко лежащих уровней на свободные верхние уровни. Электроны, лежащие вблизи уровня Ферми могут воспринимать тепловое возбуждение ϵ , но их число не превышает 1-2%.

2. Распределение электронов по энергетическим ячейкам при T = 0.

Функция распределения $f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$, $kT \ll \epsilon$.

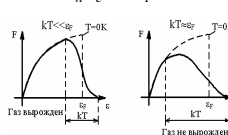
Соответствующий расчёт показывает, что $f = \frac{1}{12} \frac{kT}{\epsilon}$, так как $kT \ll \epsilon$. Даже при T = 0, $f = 0.02$. В итоге получаем: ~2% от всех электронов подвергается термическому возбуждению.



1. Влияние температуры на функцию распределения по энергиям.

$$F = \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Тогда



Критерий вырождения $kT \ll T_{вырождения} = \frac{\epsilon_F}{k} = 50000K$

22. Функция распределения. Статистика Ферми-Дирака.

Функция распределения f(epsilon).
 Функция распределения пропорциональна средней заполняемости фазовых ячеек в малой области фазового пространства, которая соответствует энергиям частиц = (epsilon) – это среднее число избранных точек, которым соответствует некоторая энергия (epsilon). Например: f(2 * 10^20 Дж) = 0.01; энергия частиц = 2 * 10^20 Дж; на одну частицу = 100 ячеек; f(2 * 10^20 Дж) = 30 : 1 = 2 * 10^20, 2) в одной ячейке 30 избранных точек.

Замечание 1: в выражении f(epsilon) энергия частицы лежит в интервале от до +d.
 Замечание 2: в классической физике под функцией распределения понимается наименьшую плотность вероятности того, что энергия частицы равна epsilon.

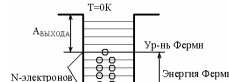
$f_{классич} = \frac{f_{квантов}}{h^3 N}$
Статистика Ферми-Дирака:

$$f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} > 0, < 1$$

29. Распределение Ферми-Дирака при T=0K. Энергия Ферми и её связь с концентрацией и массой электронов. Температурная зависимость.

Уровень и энергия Ферми.

Последний энергетический уровень, который заполняется при T=0K называется уровнем Ферми, а энергия, которая ему соответствует называется энергией Ферми.



На каждом энергетическом уровне находится по 2-а электрона с противоположными спинами. В фазовом пространстве:



Распределение электронов по состоянию при T=0K.

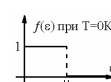
Найдём зависимость $f(\epsilon)$ при T=0K. Так как электронный газ в образце находится внутри потенциальной ямы, его энергия квантуется. С точки зрения классической физики, все электроны должны оказаться на самом нижнем энергетическом уровне. Так как работает принцип Паули, то на каждом энергетическом уровне может находиться 1-2 электрона. Следовательно уровни будут заполняться «снизу вверх». В каждой ячейке одна частица. При T=0K функция распределения:



Рассмотрим конкретную функцию Ферми-Дирака.

$$f_{ФД} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Т $T = 0K$, $f = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$
 Т $T = 0K$, $f = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} = 0$



Отметим что при T=0K, химический потенциал совпадает с энергией Ферми.

Энергия Ферми и её связь с концентрацией и массой электронов.

$$N = \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon$$

$$\frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{8\pi V}{3h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} \right|$$

Тогда выражая энергию, получим:

$$F = \frac{3N}{8\pi V} \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{N}{m} n \text{ концентрация}$$

$n = 10^{28} / \text{м}^3$ $F = 5 \cdot 10^5 \text{ эВ}$
 $m = 10^{-30} \text{ кг}$

Расчёт средней энергии электронов при T=0K.

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\int \epsilon f(\epsilon) d\epsilon}{\int f(\epsilon) d\epsilon} = \frac{\int_0^{\epsilon_F} \epsilon \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon}{\int_0^{\epsilon_F} \frac{4\pi V}{h^3} 2m^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon} = \frac{0}{0}$$

Определим внутреннюю энергию 1-го моля электронного газа при T=0K. Пусть $\epsilon_F = 5 \text{ эВ}$, тогда $\epsilon_F < \epsilon \leq 3 \text{ эВ}$.

$$U = \langle \epsilon \rangle N_A = 3.16 \cdot 10^{19} \text{ Дж} = 6 \cdot 10^{20} = 3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

Определение эквивалентной температуры идеального газа, внутренняя энергия которого равна энергии электронного газа при T=0K.

$$U_{идеал} = U_{электрон} \Rightarrow \langle \epsilon \rangle_{классич} N = \langle \epsilon \rangle_{электрон} N \Rightarrow \frac{3}{2} kT = \frac{3}{5} \epsilon_F$$

$\epsilon_F = 5 \text{ эВ}$, тогда $T = \frac{2}{5} \frac{\epsilon_F}{k} = \frac{2}{5} \frac{5 \cdot 1.6 \cdot 10^{19}}{1.4 \cdot 10^{-23}} = 200000 \text{ К}$ Идеальный газ при

$T = 200000 \text{ К}$ обладает такой же внутренней энергией как и электронный газ при T=0K.

30. Удельная электропроводность металлов. Её зависимость от концентрации транспортной длины свободного пробега и тепловой скорости электронов. Температурная зависимость.

Плотность тока: $j = \frac{I}{S}$. Омпитный закон: $j = \sigma E$ (закон Ома в дифференциальной форме), где σ - удельная проводимость. Найдем удельную проводимость σ через характеристики идеального газа.

За время Δt через сечение проводника пройдёт $N_{\Delta t}$ электронов

$$N_{\Delta t} = n V_{\text{ЦИЛИНДРА}} = n v_{\text{ДРЕЙФ}} t S$$

$$j = \frac{Q}{t S} = \frac{e N_{\Delta t}}{t S} = \frac{e n v_{\text{ДРЕЙФ}} t S}{t S} = e n v_{\text{ДРЕЙФ}}$$

Электрон участвует в двух видах движения: Они дрейфуют и совершают колебания за счет тепловой энергии. Ток создается только направленным движением. Скорость дрейфа: $v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{1}{m^*} \frac{dE}{dt}$. Скорость теплового движения: $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT$. $v_{\text{ТЕПЛОВОЕ}} = 100 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. $v_{\text{ДРЕЙФ}} = 10^{-3} \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Запишем второй закон Ньютона: $m^* \frac{dv}{dt} = eE$. $F_{\text{СОПР. УЗЛОВ КР. РЕШ.}}$ - где m^* - эффективная масса электрона, она определяется законами квантовой механики. Пусть $F_{\text{СОПР.}} = \gamma v$ где γ - коэффициент пропорциональности тогда:

$m^* \frac{dv}{dt} = eE - \gamma v$. Рассмотрим процесс резкого включения и выключения электрического поля.

τ - время релаксации - время по истечении которого, после включения электрического поля, скорость направленного движения уменьшится в e раз. Рассмотрим процесс уменьшения скорости направленного движения после выключения поля:

$$m^* \frac{dv}{dt} = -\gamma v \Rightarrow \ln v = -\frac{\gamma}{m^*} t + \text{const}$$

Закон изменения скорости после выключения поля. $v = v_{\text{ДРЕЙФ}} e^{-\frac{t}{\tau}}$ если $t > \tau$, то $v = \frac{v_{\text{ДРЕЙФ}}}{e}$.

В результате получим следующее выражение: $m^* \frac{dv}{dt} = eE - \gamma v$. В установившемся режиме: $v = v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{eE}{\gamma}$.

$$j = ne v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{ne^2 E}{\gamma} = \frac{ne^2 E}{m^* \tau}$$

удельная проводимость σ , где τ - время релаксации.

λ - длина свободного пробега

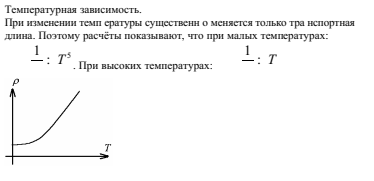
L - транспортная длина свободного пробега - это то расстояние, пройденное электрон теряет информацию о своей первоначальной скорости.

$$\sigma = \frac{ne^2 L}{m^* v_{\text{ДРЕЙФ}}} = \frac{ne^2 L}{m^* v_{\text{ТЕПЛОВАЯ}}}$$

Температурная зависимость. При изменении температуры существенно меняется только транспортная длина. Поэтому расчёты показывают, что при малых температурах:

$$\sigma \propto \frac{1}{T^3}$$

При высоких температурах: $\sigma \propto \frac{1}{T}$



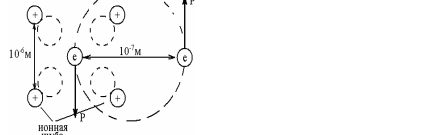
31. Сверхпроводимость. Куперовские пары. Энергетическая щель. Бозонная сверхтекучая жидкость.

Энергетическая щель. Сверхпроводимость можно было бы объяснить, если вблизи уровня Ферми существовала энергетическая щель.

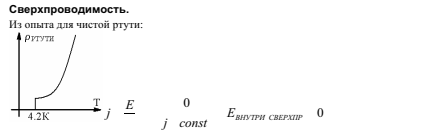
Эксперимент по поглощению электромагнитных волн. Из опыта $10^{-3} \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$

Эд. Маг. Волна, сверхпроводник, мА, поглощения волны, $h \kappa = \text{ширина щели}$

Куперовские пары. При низких температурах образуются куперовские пары электронов. Куперовские пары - своеобразное притяжение электронов между собой.



Определение: Электроны и другие частицы, у которых проекция спинов на направление вектора H внешнего магнитного поля, равно и равно или четному числу $M/2$, называются **бозонами** или **частицами с целым спином**. Под действием притяжения электрона происходит смещение узлов кристаллической решётки. Вокруг электрона образуется электронная шуба. Суммарный заряд (с учетом знака) оказывается положительным. Найдётся другой электрон, который начнет притягиваться к такому сгустку. В результате образуется Куперовская пара. В Куперовской паре могут участвовать только электроны противоположными им импульсами и спинами. Электроны в куперовской паре участвуют в круговом движении, электроны в куперовской паре имеют меньшую энергию, чем если бы они находились в отдельности. Так как электроны в куперовской паре обладают противоположными спинами, то их суммарный спин равен 0, следовательно, куперовская пара является не фермионом, а бозоном и на неё распространяется принцип Паули. В результате куперовские пары могут находиться в одной ячейке в неограниченном количестве. Это обстоятельство позволяет создать электрический ток. При создании тока все бозоны оказываются в одном состоянии и образуется связанный квантовый коллектив, который может существовать сколь угодно долго. Выход электрона из Куперовской пары невозможен, так как нет вакантного места для этого электрона. Следовательно, он вынужден искать себе парника. Очевидно, что в создании Куперовской пары могут участвовать электроны находящиеся вблизи уровня Ферми.



Теория сверхпроводимости. Электрическое сопротивление обусловлено рассеиванием электронов на узлах кристаллической решетки. Если кристаллическая решётка обладает идеальной периодичностью, то электроны проходя через неё не рассеивались (Сопротивление было бы =0). Рассеивание происходит в связи с тем, что узлы кристаллической решётки колеблются (участвуют в тепловых колебаниях) (фотоны). Поэтому с точки зрения квантовой механики, с сопротивление электрическому току обусловлено рассеиванием на фотонах и примесях. С точки зрения квантовой механики, при столкновении электрон должен перейти на более высокий энергетический уровень. Если бы высшие уровни оказались недоступными для электрона, то он продолжил бы двигаться так же, не меняя своего состояния. Сверхпроводимось можно было бы объяснить, если вблизи уровня Ферми существовала энергетическая щель. Тогда при увеличении температуры вышедшие из Куперовой пары электроны могут быть переброшены через энергетическую щель, в результате разрушается связанный коллектив и сверхпроводимость исчезает.



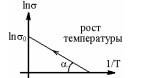
34. Зонная теория твёрдых тел. Полупроводники. Собственная и примесная проводимости полупроводников. Зависимость удельной проводимости от температуры.

Зонная теория твёрдого тела.

Зонная теория проводимости, в отличие от теории свободных электронов, учитывает влияние узлов кристаллической решётки. Электроны движутся в периодическом поле этих узлов. В этой теории твёрдое кристаллическое тело рассматривается как строго периодическая структура, в которой ионы создают электрическое поле. Задача состоит в описании поведения электронов в этом поле.

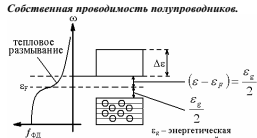
Полупроводники Si, Ge. К полупроводникам относятся вещества, валентная зона которых заполнена полностью, а запрещённая зона сравнительно не высока, порядка 2 эВ. В результате воздействия электроны могут быть переброшены в зону проводимости.

Зависимость удельной проводимости от температуры.



С ростом температуры при оводимость полупроводников возрастает. $\sigma \sim \exp(-\frac{E_g}{2kT})$. Проведя подобный эксперимент и построив график, можно показать, что $E_g \approx (1-2)kT$.

Собственная проводимость полупроводников. Собственная проводимость полупроводников.



Благодаря тепловому воздействию электроны могут быть переброшены из валентной зоны в зону проводимости.

И эта группа электронов может принимать участие в создании электрического тока. В валентной зоне, после ухода электронов, образуются вакантные места, которые называются дырками. Электроны внутри валентной зоны могут занимать эти вакантные места, тем самым участвуя в создании электрического тока. В результате в чистом полупроводнике возникает 2-а типа проводимости: электронная и дырочная. При этом, дырка обладает положительным зарядом и как бы перемещается в электрическом поле.

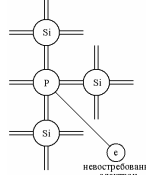


Примесная проводимость полупроводников.

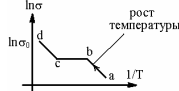
Введение в полупроводник примесей сильно влияет на его электрические свойства. Под примесями понимают как атомы или ионы посторонних элементов, так и различного рода дефекты и искажения в кристаллической решётке. Если в основную кристаллическую решётку полупроводника вводится примесные атомы, то независимо от того, где эти атомы располагаются в кристалле, возникают дополнительные энергетические уровни, расположенные в запрещённой зоне и называемые примесями, локальными энергетическими уровнями.

Полупроводники n-типа.

В чистый 4-х валентный кремний Si вводится 5-валентный элемент, например фосфор P.



Невыстроенный электрон фосфора находится на более высоком уровне, чем электроны кремния, тем более он не спаренный, поэтому его легче перенести в зону проводимости. Отсюда ясно, что носителями тока в этом случае являются электроны. Для такого полупроводника будет следующая температурная зависимость.



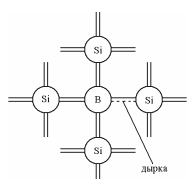
Участок а-б. Под действием теплового возмущения электроны с донорных уровней перебрасываются в зону проводимости, за счёт этого увеличивается проводимость полупроводника.

Участок б-с. Происходит опустошение донорных уровней, поэтому проводимость не меняется.

Участок с-д. За счёт теплового возмущения происходит перебор электронов из валентной зоны в зону проводимости. В результате параллельно с электронной возникает дырочная проводимость.

Полупроводники p-типа.

В чистых валентный кремний, добавляем трёхвалентный элемент, например бор B.



При введении бора, у него не хватает одного электрона, и он отнимает его у кремния, поэтому у кремния появляется вакансия (дырка).

Под воздействием теплового возмущения электроны из валентной зоны переходят на акцепторные уровни. В валентной зоне образуются вакантные места (дырки). В результате носителями электрического тока являются дырки.

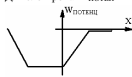
35. Контактные явления. Работа выхода. Внутренняя и внешняя контактная разность потенциалов.

Работа выхода электрона из образца.

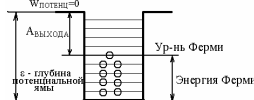
Иза теплового движения электроны покидают проводник, и вокруг проводника образуется электронная шуба. Электроны не могут уйти от проводника (из шубы) из-за кулоновского притяжения. В результате у поверхности проводника возникает внутренний электрический слой.



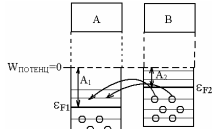
Для электрона $W_{\text{выход}} = e\phi$



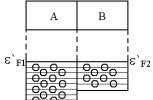
Второй электронный слой формирует потенциальную яму для электронов.



Контактные явления двух разных металлов. Внутренняя и внешняя контактная разность потенциалов.



Если образцы привести в соприкосновение, то электроны с энергетического уровня образца В начнут перемещаться на нижележащие уровни образца А. Этот процесс будет до тех пор, пока не произойдёт выравнивание химического потенциала.



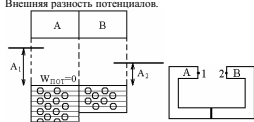
После контакта электроны перейдут из В в А. В результате А зарядится отрицательно и все его энергетические уровни поднимутся вверх. Для образца В уровни опускаются и химический потенциал выравнивается.

Для образца А: $\phi_1 = e^{-1} \cdot \mu_1$. Для образца В: $\phi_2 = e^{-1} \cdot \mu_2$. Тогда контактная разность потенциалов:

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{1}{e} (\mu_1 - \mu_2) = \frac{1}{e} (e \phi_1 - e \phi_2) = \phi_1 - \phi_2$$

Ферми: $\mu = \frac{h^2}{2m} \frac{3m}{8} \sqrt{\frac{2m}{3}} \sqrt{\frac{3}{8}} \sqrt{n_e} \sqrt{n_h} \sqrt{n_e} \sqrt{n_h}$

Выход внутренняя разность потенциалов возникает из-за разности концентрации электронов в образцах n_1 и n_2 . Внешняя разность потенциалов.



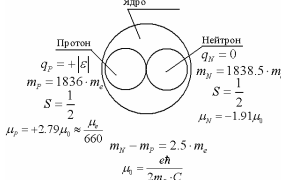
Электрон, который попадает в точку 1, будет иметь потенциальную энергию: $W_{\text{пот}} = e \phi_1$. Для электрона в точке 2: $W_{\text{пот}} = e \phi_2$.

Тогда внешняя контактная разность потенциалов: $\phi_1 - \phi_2 = \frac{1}{e} (W_{\text{пот}1} - W_{\text{пот}2}) = \frac{1}{e} (e \phi_1 - e \phi_2) = \phi_1 - \phi_2$.

39. Физика атомного ядра. Заряд, размер и масса атомного ядра. Нуклоны. Состав ядра. Взаимодействие нуклонов и понятие о природе и свойствах ядерных сил.

Теория атомного ядра.

Ядро состоит из протонов и нейтронов.



q – заряд
m – масса
S – спин
- магнитный момент
μ – ядерный магнитный момент
Время жизни:
τ – время жизни
τ – 12 минут; реакция: $n + p \rightarrow e^{-} + 0.6 \text{ МэВ}$
антинейтринно

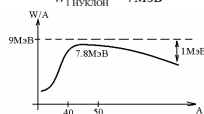
Заряд ядра: $Q_{\text{ядра}} = Z |e|$; Z – число протонов
Масса ядра: $A = Z + N$, N – число нейтронов. $A \approx 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Размер ядра и атома: $r_{\text{ядра}} = 10^{-13} \text{ см}$, $r_{\text{атома}} = 10^{-8} \text{ см}$. Плотность ядра:
 $1.3 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Энергия связи ядра.

Определение $W_{\text{связи}}$ – энергия, равная работе, которую необходимо совершить, чтобы разделить ядро на нуклоны и развести на большое расстояние. Пример:

$${}^2_2\text{He}^4 \quad W_{\text{связи}} = 28 \text{ МэВ}$$

для гелия $W_{\text{нуклон}} = 7 \text{ МэВ}$. Удельная энергия связи: $W_{\text{уд}}$.



Ядерные силы.

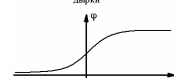
1. Ядерные силы – силы, оказывающие очень сильное взаимодействие, но действующие на расстоянии $R \approx 2.2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$.
2. Ядерные силы зарядо-независимы, т.е. одинаково взаимодействуют:
 (p, p) , (p, n) , (n, p) , (n, n)
3. Протоны взаимодействуют, или их спины взаимодействуют уют.

36. Контактные явления p-n переход. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода. Внутренний фотоэффект. Солнечные батареи.

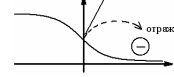
Контактные явления. P-n переход.

В полупроводниках n-типа имеется много электронов, в полупроводниках p-типа их мало. При контакте начнется диффузия электронов из полупроводника n в p. Также происходит диффузия дырок из p в n. Полупроводник p-типа зарядится отрицательно и его энергетические уровни сместятся вверх.

Полупроводник n-типа зарядится положительно и его энергетические уровни сместятся вниз. Процесс идёт до выравнивания химических потенциалов. На p-n переходе электроны и дырки рекомбинируют между собой. В результате в области p-n перехода образуется слой, объединяемый носителями тока.



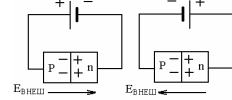
Для электрона: $W_{\text{пот}} = e\phi$



Для дырки: $W_{\text{пот}} = |e|\phi$



Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода.

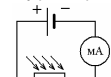


При прямом включении внешнее электрическое поле уменьшает величину потенциального барьера, тогда возможен переход электронов из образца n-типа в образец p-типа, а дырки наоборот.

При обратном включении внешнее электрическое поле ещё более увеличивает высоту потенциального барьера, поэтому электрический ток протекает очень слабый и называется током утечки или обратным током.



Внутренний фотоэффект в полупроводниках.



Полупроводник осветим полупроводник $h\nu$. Тогда электрон с верхнего энергетического уровня преодолеет запрещённую зону и перейдёт в зону проводимости. Возникнет фототок, который будет пропорционален интенсивности света.

Принцип действия солнечной батареи.



На p-n переходе существует потенциальный барьер и соответствующую ему разность потенциалов. Электрический ток течёт, т.к. p-n переход объединяет носителями электрических зарядов. Если осветить p-n переход фотонами соответствующей частоты, то под действием этого излучения появятся свободные электроны и дырки. Образовавшиеся свободные электроны скатываются по потенциальной горке и в цепи создается ток.

